電路學(一)第三次測驗 四電機 2A　2015 年 12 月 18 日 參考解法

1.

電容串並聯的算法：並聯時兩電容相加，串聯時兩電容相乘除以兩電容相加。

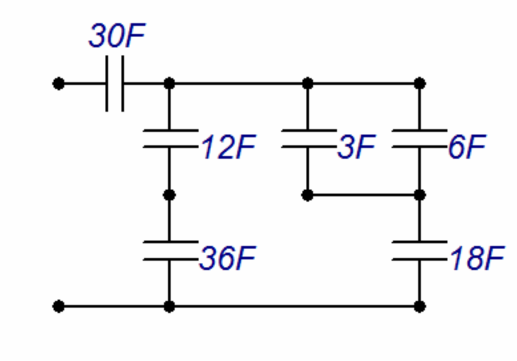
1) 6 並聯 3 $\rightarrow$ 6+3=9

2) 9 串聯 18 $\rightarrow \dfrac{9\times 18}{9+18}=6$

3) 12 串聯 36 $\rightarrow \dfrac{12\times 36}{12+36}=9$

4) 6 並聯 9 $\rightarrow$ 6+9=15

5) 30 串聯 15 $\rightarrow \dfrac{30\times 15}{30+15}=10$

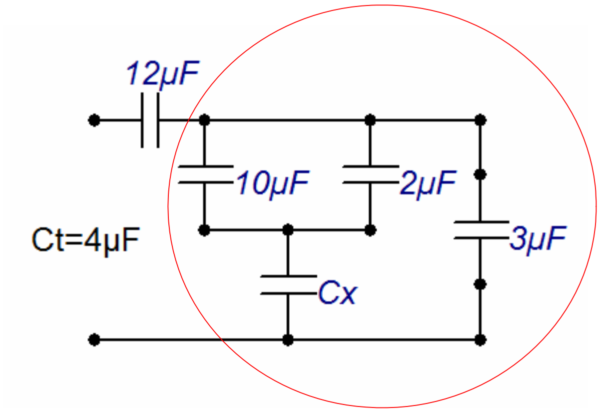


答案 10F

2. 1) 右圖中設紅色橢圓所包圍的電路，電容值為 X

$$\frac{12X}{12+X}=4$$

解得 $X=6\ \mu\text{F}$

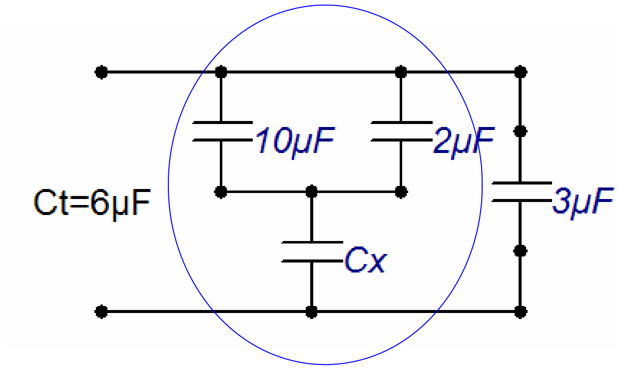


2) 右圖中，藍色橢圓所包圍的電路，電容值為 6-3=3μF

$$2+10=12\ \mu\text{F}$$

$$\frac{12\times C_X}{12+C_X}=3$$

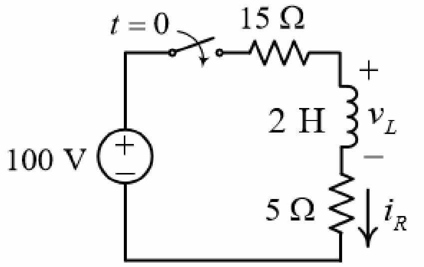
$$C_X=4\ \mu\text{F}$$



3. $t=0$ 時開關閉合，R=15+5=20 Ω, L=2 H

求初值 $i_R(0)=0\text{A}$，$v_L(0)=100\text{V}$

求終值 $i_R(\infty)=5\text{A}$，$v_L(\infty)=0\text{V}$



(A)

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$$

代入公式 $i(t)=A+Be^{-\frac{t}{\tau}}$ A

$$i_R(0)=A+B=0,\ i_R(\infty)=A=5$$

$B = -5$

$i_R(t) = 5 - 5e^{-10t}\text{A}$

(B）代入公式 $v(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}\text{V}$，$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

$v(0) = A + B = 100,\ v(\infty) = A = 0$，得 $B = 100$

$v_L(t) = 100e^{-10t}\text{V}$

或直接微分已知的電流方程式：$v_L(t) = L\frac{d}{dt}i_R(t) = 100e^{-10t}\ \text{V},\ t > 0,$

4. 求初值: $i(0) = \frac{36}{12} = 3\ \text{A}$, 求終值: $i(\infty) = 0$

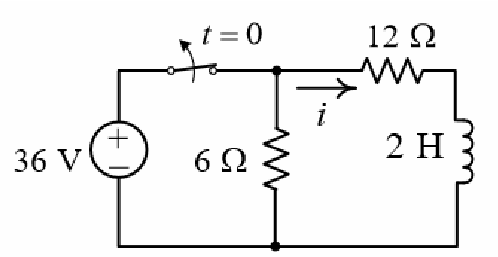


Fig. 4

代入公式 $i(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}\ \text{A}$

$i(0) = A + B = 3$

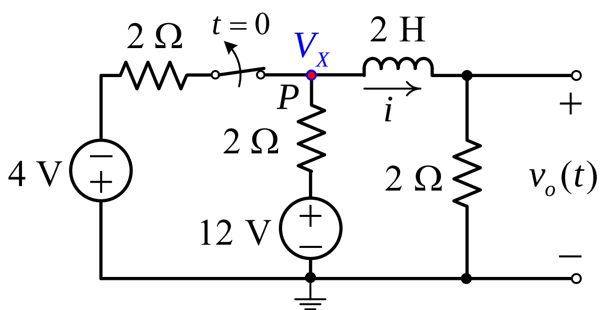
$i(\infty) = A = 0$

$B = 3$

$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$

答案 $i(t) = 3e^{-9t}\text{A}$

5.



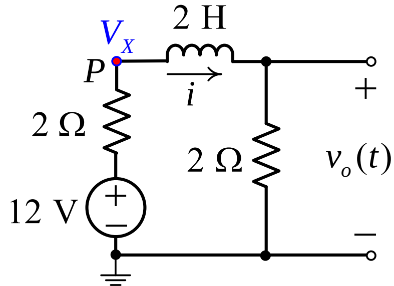
設 P 點之電壓為 V_X，$t < 0$ 開關開啟前

$$\frac{V_X + 4}{2} + \frac{V_X - 12}{2} + \frac{V_X}{2} = 0$$

$$V_X = \frac{8}{3}\ \text{V}$$

我們可得電流 i 之初值 $i(0^-)=i(0^+)=V_X/2=4/3$ A，電流 i 之終值 $i(\infty)=12/(2+2)=3$ A.

由一階電路之通解 $i(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}\ \text{A}$，$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}\text{s}$

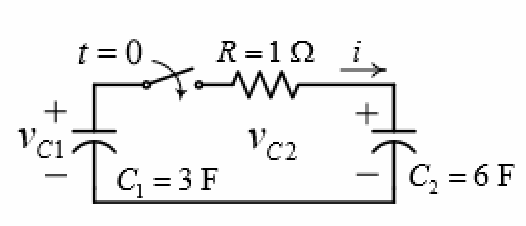


$i(0) = A + B = \frac{4}{3},\ i(\infty) = A = 3,\ B = \frac{4}{3} - 3 = -\frac{5}{3}$

$i(t) = 3 - \frac{5}{3}\exp(-2t)\ \text{A}$

$v_o(t) = i(t) \times 2 = 6 - \frac{10}{3}\exp(-2t)\ \text{V}$

6.



(a)

開關閉合前

$V_1 = 120$ V, $V_2 = 0$

總電荷量 $Q = C_1V_1 = 360$ C (庫倫)

開關閉合，達到穩態後，兩電容器電壓相同 $\Rightarrow V_1 = V_2 = V_f$

因電荷守恆故，$C_1V_1 + C_2V_2 = 9V_f = 360 \Rightarrow V_f = 40$ V

$V_f = V_1 = V_2 = 40$ V

(b) 電流初值: $i(0) = 120/1 = 120$ A, 電流終值: $i(\infty) = 0$

令 $i(t) = A + Be^{-\frac{t}{\tau}}$ A， $i(0) = A + B = 120,\ i(\infty) = A = 0$

$B = 120$， $\tau = RC = 2$

$i(t) = 120e^{-\frac{t}{2}}$ A

(c)

方法一：計算開關閉合前後的儲能差值

開關閉合前的儲能 $W_0 = \frac{1}{2}C_1V_1^2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 120^2 = 21600$ J

開關閉合後的儲能 $W_1 = \frac{1}{2}C_1V_f^2 + \frac{1}{2}C_2V_f^2 = 7200$ J

能量損耗 $\Delta W = W_0 - W_1 = 14400$ J

方法二：計算電阻所消耗的總能量

$$\int_0^\infty i(t)^2 R\mathrm{d}t = \int_0^\infty (120e^{-\frac{t}{2}})^2 \times 1\mathrm{d}t = \int_0^\infty 14400e^{-t}\mathrm{d}t = -14400e^{-t}\Big|_0^\infty = 14400 \text{ J}$$

7.

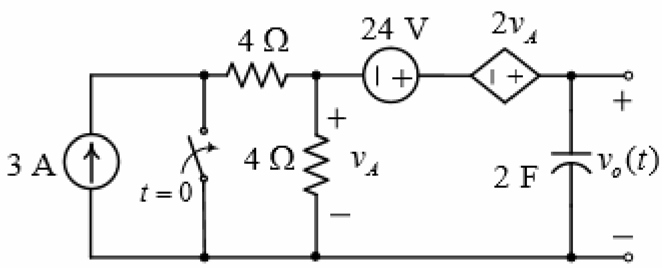


Fig. 7

開關閉合前

$v_A = 3 \times 4 = 12$V， $v_o(0^-) = v_o(0^+) = 2V_A + 24 + V_A = 60$ V

開關閉合後，求從 $v_0(t)$ 正負端點 *x*-*y* 看入的戴維寧等效電路，Fig. 7.1 中，4-Ω電阻無電流通過，故 v_A=0, 因此開路電壓 V_{OC}=24 V。Fig. 7.2 中，沿著節點 *w, x, y, z* 寫 KVL 方程式可得

$-24-2v_A-v_A=0$, $v_A=-8$ V，因此短路電流 $I_{sh}=2\times(8/4)=4$ A
戴維寧等效電阻 $R_{th}=V_{OC}/I_{sh}=24/4=6\text{-}\Omega$, Fig. 7.3 為所求之戴維寧等效電路。

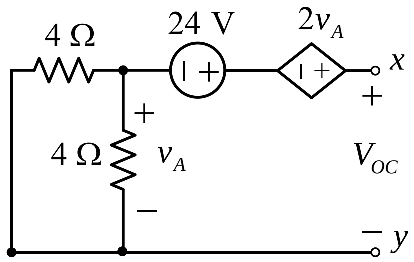


Fig. 7.1

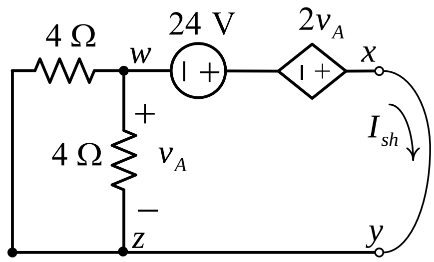


Fig. 7.2

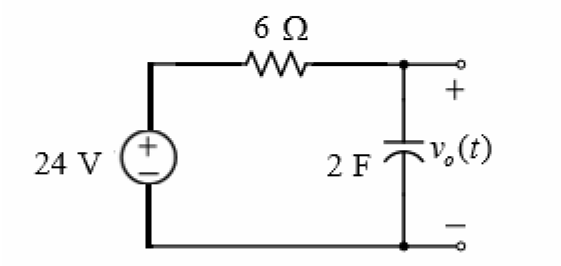
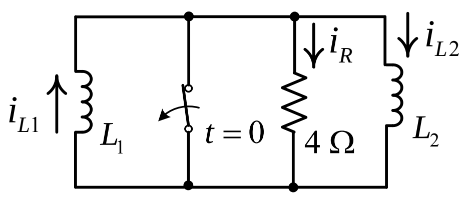


Fig. 7.3

求初值: $v_o(0)=60$ V, 求終值 : $v_o(\infty)=24$ V。令 $v_o(t)=A+Be^{-\frac{t}{\tau}}$V ， $\tau=RC=12$ s

$v_o(0)=A+B=60,\ v_o(\infty)=A=24$，故 $B=36$，得 $v_o(t)=24+36e^{-\frac{t}{12}}$ V

8.



(a)

開關開啟前，系統的總磁鏈為 $\lambda_0=i_{L1}\times L_1=54$ V-S(伏特-秒)

開關開啟後，總磁鏈數守恆，故必須滿足下式

$L_1\times i_{L1}+L_2\times i_{L2}=L_1\times i_0$

到達穩態時，電阻的電流必衰減至零，此時兩電感的電流必相等，故

$i_{L1}=i_{L2}$

t 趨近於無限大時，電感電流之值為

$$i_{L1}=i_{L2}=\frac{L_1\times I_O}{L_1+L_2}=3\text{A}$$

(b) 當開關開啟後，從電阻看到的電路為 L_1 與 L_2 之並聯電路，等效電感值

$L_{eq}=\dfrac{12\times 6}{12+6}=4$ H，令 $i_R(t)=A+Be^{-\frac{R}{L_{eq}}t}$

$i(0)=A+B=9,\ i(\infty)=A=0,\ \Rightarrow B=9$

$i_R(t) = 9e^{-t}$ A , $t>0$

(c)

方法一	方法二
開關開啟前的儲能 $W_0 = \frac{1}{2} \times L_1 \times I_o{}^2 = 243$ J 開關開啟後的儲能 $W_1 = \frac{1}{2} \times i_{L1}{}^2 \times L_1 + \frac{1}{2} \times i_{L2}{}^2 \times L_2 = 81$ J 能量損耗 $\Delta W = W_0 - W_1 = 243 - 81 = 162$ J	電阻損耗: I^2R $\int_0^\infty i_R(t)^2 R \cdot \mathrm{dt} = \int_0^\infty (9e^{-t})^2 \times 4 \cdot \mathrm{dt}$ $= \int_0^\infty 81e^{-2t} \times 4 \cdot \mathrm{dt} = \frac{81 \times 4}{-2} e^{-2t} \Big\|_0^\infty$ =162 J