104 學年度第二學期　電路學(一)　期末考　參考解答

1.

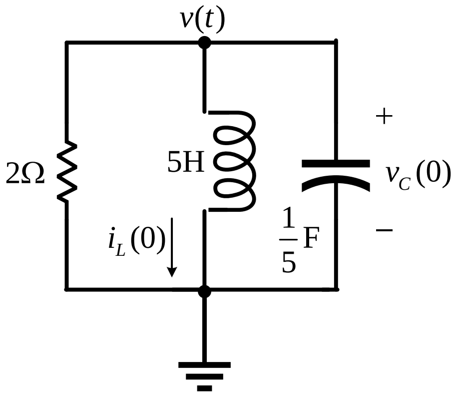

Fig.1

求初值：$i_L(0) = -1 \quad v_C(0) = 4$

求終值：$i_L(\infty) = 0 \quad v_C(\infty) = 0$

利用網路函數法求自然頻率：

$$Z(s)=\frac{5}{s}//5s//2=\frac{1}{\frac{s}{5}+\frac{1}{5s}+\frac{1}{2}}=\frac{1}{\frac{2s^2+2+5s}{10s}}=\frac{10s}{2s^2+5s+2}$$

令分母為零，求得 $s=-0.5$ ， $-2 \Rightarrow i_L(t) = k_1e^{-0.5t} + k_2e^{-2t} + k_p$ (1-1)

用初值終值求係數：

$$i_L(\infty) = 0 = k_p$$

$$i_L(0) = k_1 + k_2 = -1$$ (1-2)

用電路狀態求係數。因為電壓 $v(t)$ 相等，所以可以列出下式：

$$v_C(t) = v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$v_C(0) = L\left.\frac{di(t)}{dt}\right|_{t=0} = 4 \Rightarrow \left.\frac{di(t)}{dt}\right|_{t=0} = \frac{4}{5} = 0.8$$

因為 $i_L(t) = k_1e^{-0.5t} + k_2e^{-2t}$ ，所以求得：$\frac{di_L(t)}{dt} = 0.5k_1e^{-0.5t} - 2k_2e^{-2t}$

$$\left.\frac{di(t)}{dt}\right|_{t=0} = 0.5k_1 - 2k_2 = 0.8$$ (1-3)

(1-2)(1-3)式解聯立後可得 $k_1 = -0.8$ ，　$k_2 = -0.2$ ，代回(1-1)式，得：

$i_L(t) = -0.8e^{-0.5t} - 0.2e^{-2t}$　(A)

2.

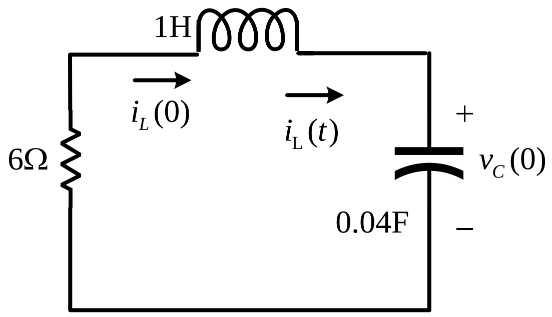

Fig.2

求初值： $i_L(0)=4 \quad v_C(0)=-4$

求終值： $i_L(\infty)=0 \quad v_C(\infty)=0$

利用網路函數法求自然頻率：

$$Z(s)=6//\mathrm{s}+\frac{1}{0.04s}=6//\mathrm{s}+\frac{25}{s}=6//\frac{s^2+25}{s}=\frac{6\cdot\frac{s^2+25}{s}}{6+\frac{s^2+25}{s}}=\frac{6\cdot(s^2+2s)}{s^2+6s+25}$$

令分母為零，求得 $s=-3\pm 4j$

$$\Rightarrow i_L(t)=e^{-3t}(k_1\cos(4t)+k_2\sin(4t))+k_p \qquad (2\text{-}1)$$

用初值終值求係數：

$$i_L(\infty)=0=k_p$$

$$i_L(0)=k_1=4 \qquad (2\text{-}2)$$

用電路狀態求係數：

$$L\frac{di(t)}{dt}+i(t)\cdot R+v_C=0$$

$$L\frac{di(t)}{dt}\bigg|_{t=0}+4\cdot 6-4=0\Rightarrow\frac{di(t)}{dt}\bigg|_{t=0}=-20$$

因為 $i_L(t)=e^{-3t}(k_1\cos(4t)+k_2\sin(4t))+k_p$

所以求得： $\frac{di(t)}{dt}=-3e^{-3t}(k_1\cos(4t)+k_2\sin(4t))+e^{-3t}(-4\cdot k_1\sin(4t)+4k_2\cos(4t))$

$$\left.\frac{di(t)}{dt}\right|_{t=0} = -3\cdot k_1 + 4\cdot k_2 = -20$$

$\Rightarrow k_2 = -2$ (2-3)

(2-2)及(2-3)式代回(2-1)式，得

$i_L(t) = e^{-3t}(4\cos(4t) - 2\sin(4t))$ (A)

3.

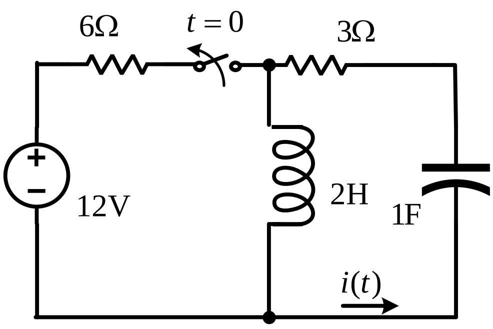

Fig.3-1

求初值： $i(0) = 2, v_C(0) = 0$

求終值： $i(\infty) = 0$

開關切離後，電路如圖(3-2)所示。

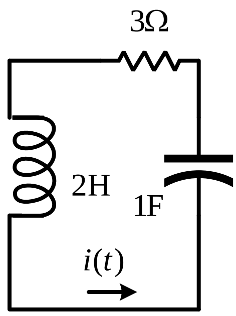

Fig.3-2

利用網路函數法求自然頻率：

$$Z(s) = 2s//3 + \frac{1}{s} = 2s//\frac{3s+1}{s} = \frac{2s\cdot\frac{3s+1}{s}}{2s+\frac{3s+1}{s}} = \frac{s(3s+1)}{2s^2+3s+1}$$

令分母為零，求得 $s=-1$ ， $-5 \Rightarrow i(t) = k_1e^{-0.5t} + k_2e^{-t} + k_p$ (3-1)

用初值終值求係數：

$$i(\infty)=0=k_p$$

$$i(0)=2=k_1+k_2 \qquad (3\text{-}2)$$

用電路狀態求係數：

$$L\frac{di(t)}{dt}+i(t)\cdot R+v_C(t)=\frac{di(t)}{dt}+\frac{i(t)\cdot R}{L}+\frac{v_C(t)}{L}$$

$$\left.\frac{di(t)}{dt}\right|_{t=0}+\frac{2\cdot 3}{2}+\frac{0}{2}=0\Rightarrow\left.\frac{di(t)}{dt}\right|_{t=0}=-3$$

因為$i(t)=k_1e^{-0.5t}+k_2e^{-t}+k_p$,所以求得$\frac{di(t)}{dt}=-0.5\cdot k_1e^{-0.5t}-k_2e^{-t}$

$$\left.\frac{di(t)}{dt}\right|_{t=0}=-0.5\cdot k_1-k_2=-3 \qquad (3\text{-}3)$$

解(3-2)及(3-3)之聯立方程式，求得$k_1=-2$， $k_2=4$。代回(3-1)得

$i(t)=-2e^{-0.5t}+4e^{-t}$ (A)

4.

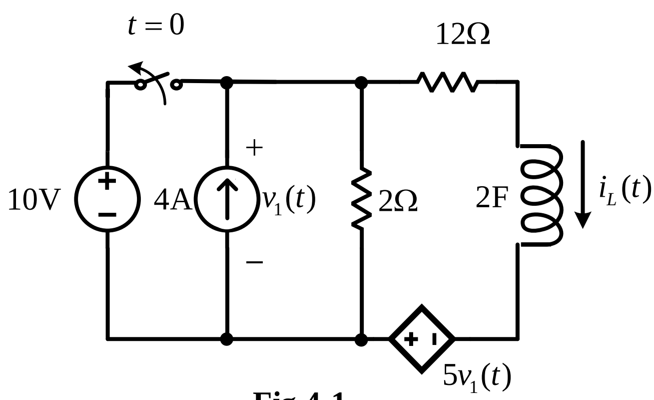

Fig.4-1

開關切離前：$i_L=\frac{v_1-(-5v_1)}{R}=\frac{10-(-50)}{12}=5$ (4-1)

開關切離後：

求從端點 a 與端點 b 看入之等效電阻(R_{th})，如圖(4-2)所示。

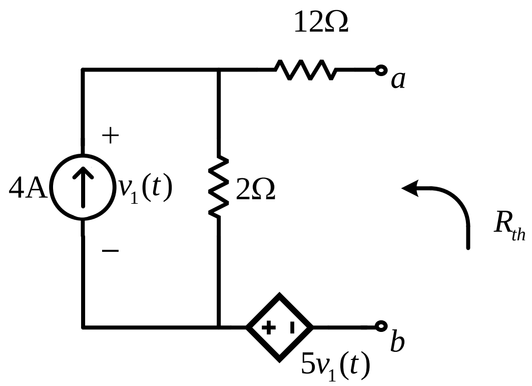

Fig.4-2

因為有相依電壓源之故，所以要求得等效電阻 (R_{th}) 需要先求得開路電壓 (v_{OC}) 和短路電流 (i_{SC}) 再進行計算。

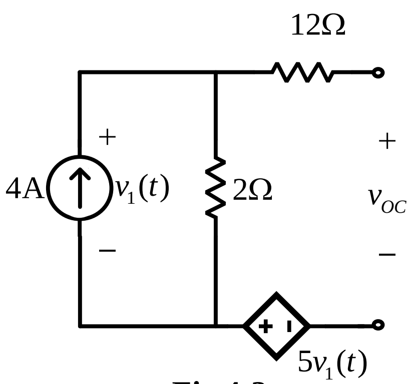

Fig.4-3

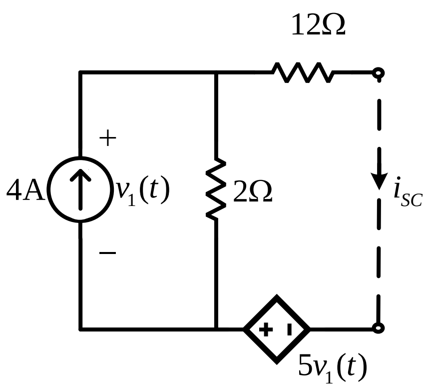

Fig.4-4

開路電壓 (v_{OC}) ，如圖(4-3)示： $v_1 = 4 \cdot 2 = 8 \Rightarrow v_{OC} = 8-(-8 \cdot 5) = 48$

短路電流 (i_{SC}) ，如圖(4-4)示：$4 = \frac{v_1}{2} + \frac{6v_1}{12} \Rightarrow 8 = 2 \cdot v_1 \Rightarrow v_1 = 4 \Rightarrow i_{SC} = \frac{4-(-4 \cdot 5)}{12} = 2$

$$R_{th} = \frac{v_{OC}}{i_{SC}} = \frac{48}{2} = 24 \ \ \Omega$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{2}{24} = \frac{1}{12} \ \ \text{s}$$

開關切離後電感穩態電流：

$$4 = \frac{v_1}{2} + \frac{6v_1}{12} \rightarrow 8 = 2 \cdot v_1 \rightarrow v_1 = 4 \rightarrow i_L(\infty) = \frac{4-(-20)}{12} = 2 \qquad (4\text{-}2)$$

從式子(4-1)和(4-2)可得知初始電流和穩態電流，即可得出：

$i_L(t) = 2 + 3e^{-12t}$ (A)

5.

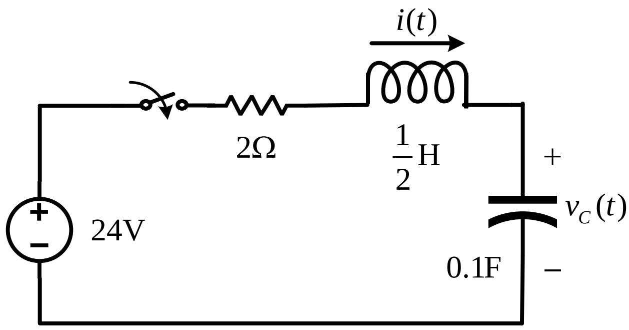

Fig.5

求初值：$i(0)=0 \quad v_C(0)=0$

求終值：$i(\infty)=0 \quad v_C(\infty)=24$

利用網路函數法求自然頻率：$Z(s)=\dfrac{s}{2}+\dfrac{1}{0.1s}+2=0=\dfrac{s^2}{2}+10+2s=\dfrac{s^2+4s+20}{2}$

$$\text{Y(s)}=\frac{1}{Z(s)}=\frac{2}{s^2+4s+20}$$

令分母為零，求得$s=-2\pm j4$

$$\Rightarrow v_C(t)=e^{-2t}(k_1\cos(4t)+k_2\sin(4t))+k_p \qquad (5\text{-}1)$$

用初值終值求係數：

$$v_C(\infty)=k_p=24$$

$$v_C(0)=k_1+k_p=0\Rightarrow k_1=-24 \qquad (5\text{-}2)$$

$$v_C(t)=\frac{1}{C}\int i(t)dt$$

$$\frac{dv_C(t)}{dt}=\frac{i(t)}{C}\Rightarrow \left.\frac{dv_C(t)}{dt}\right|_{t=0}=\frac{i(0)}{0.1}=0$$

因為$\dfrac{dv_C(t)}{dt}=-2e^{-2t}(k_1\cos(4t)+k_2\sin(4t))+e^{-2t}(-4\cdot k_1\sin(4t)+4k_2\cos(4t))$

所以求得$\left.\dfrac{dv_C(t)}{dt}\right|_{t=0}=-2k_1+4k_2=0\Rightarrow k_2=-12 \qquad (5\text{-}3)$

(5-2)(5-3)式代回(5-1)式，得

$v_C(t)=e^{-2t}(-24\cos(4t)-12\sin(4t))+24 \quad \text{(V)}$

6.

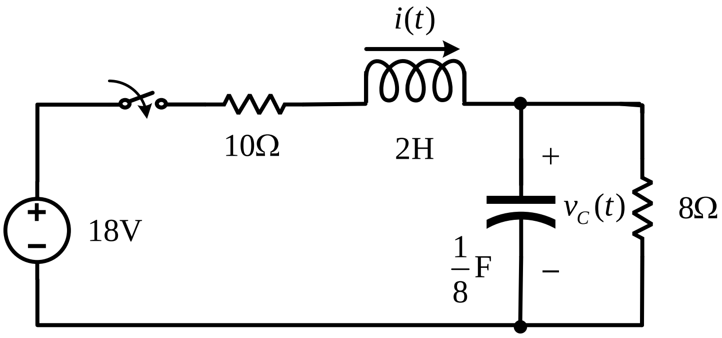

Fig.6

求初值：$i(0)=0, v_C(0)=0$

求終值：$i(\infty)=1, v_C(\infty)=8$

利用網路函數法求自然頻率：

$$Z(s)=(\frac{8}{s}//8)+10+2s=\frac{\frac{64}{s}}{\frac{8}{s}+8}+10+2s=\frac{2s^2+12s+18}{s+1}$$

Y(s)=$\frac{1}{Z(s)}=\frac{s+1}{2s^2+12s+18}$ 令分母為零，求得

$s=-3$(重根) $\Rightarrow v_C(t)=k_1e^{-3t}+k_2te^{-3t}+k_p$ (6-1)

用初值終值求係數：

$$v_C(\infty)=k_p=8$$

$v_C(0)=k_1+k_p=0\rightarrow k_1=-8$ (6-2)

$$C\frac{dv_C(t)}{dt}=i(t)\rightarrow \left.\frac{dv_C(t)}{dt}\right|_{t=0}=\frac{i(0)}{C}=0$$

因為 $\frac{dv_C(t)}{dt}=-3k_1e^{-3t}+k_2(e^{-3t}+-3e^{-3t}t)$，所以求得 $\left.\frac{dv_C(t)}{dt}\right|_{t=0}=0=-3k_1+k_2$

$\Rightarrow k_2=-24$ (6-3)

(6-2)(6-3)式代回(6-1)式，得

$v_C(t)=-8e^{-3t}+24te^{-3t}+8$ (V)